

线性代数期中试题

一、单项选择题（每小题 5 分，共 20 分）。

1. 已知四阶行列式 D_4 第 1 行的元素依次为 1, 2, -1, -1, 它们的余子式依次为 2, -2, 1, 0, 则 D_4 值为()。

(A) 5; (B) 3; (C) -5; (D) -3。

2. 已知 n 阶方阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$, 则 $|A|$ 的所有元素的代数余子式和 ()

(A) 0; (B) 1; (C) -1; (D) 2。

3. 设 n 阶方阵 A, B, C 满足关系 $ABC = E$, 其中 E 是 n 阶单位矩阵, 则必有 ()

(A) $ACB = E$; (B) $CBA = E$; (C) $BAC = E$; (D) $BCA = E$ 。

4. 设 A, B 都是 n 阶非零矩阵, 且 $AB = 0$ 则 A 和 B 的秩 ()。

(A) 必有一个等于零; (B) 都小于 n ;
(C) 一个小于 n , 一个等于 n ; (D) 都等于 n 。

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）。

1. 设 A 是 n 阶矩阵, A^* 是 A 的伴随矩阵, 若 $|A| = a$, $|B| = b$, 则行列式 $\begin{vmatrix} A^* & O \\ B & 2A \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 若 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ 都是四维列向量, 且四阶行列式 $|\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1| = 2$, 四阶行列式 $|\alpha_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3| = 4$, 则四阶行列式 $|2\alpha_3 + \alpha_2, \alpha_2, \alpha_1, \beta_1 + \beta_2| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + 3A = O$, 则 $(A + 2E)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, E 为 2 阶单位矩阵, 矩阵满足 $BA = B + 2E$, 则 $|B| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答下列各题（每小题 8 分，共 40 分）。

1. 求行列式 $D = \begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ a & x & a & \cdots & a \\ a & a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$ 的值

2. 设 $A^3 = \begin{pmatrix} 10 & -18 & 0 \\ -6 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, 求 A

3. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & a \\ 2 & 3 & a & 4 \\ 3 & 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ 的秩

4. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, 且矩阵 X 满足 $X = AX + B$, 求 X

5. 已知 $AP = PB$, 其中 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^{20} ,

四、证明（每小题 5 分，共 10 分）。

1 设 A 不可逆，证明 A^* 也不可逆。

2 设 A 是 5 阶矩阵，证明 $A - A^T$ 不可逆。